ARKUSZ 13
MATURA 2010

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 21. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 22. do 31. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

OPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Liczbą większą od 1 jest liczba:

A. $2^{-\frac{1}{2}}$ **B.** 2^{-1} **C.** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ **D.** $(-2)^{-3}$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Cenę pewnego towaru obniżono najpierw o 20%, a potem o 30%. Początkowa cena została więc ostatecznie obniżona o $p\%$. Wynika stąd, że:

A. $p = 44$ **B.** $p = 50$ **C.** $p = 56$ **D.** $p = 60$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

W zbiorze $\left\{0,(28), \sqrt{7}, \sqrt[3]{64}, \frac{2}{3}, \pi^2, \sqrt{1+9}\right\}$:

A. jest dokładnie 1 liczba wymierna
B. są dokładnie 2 liczby wymierne
C. są dokładnie3 liczby wymierne
D. są dokładnie 4 liczby wymierne

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Liczba $\log_2 3$ należy do przedziału:

A. $(0,1)$ **B.** $(1,2)$ **C.** $(2,3)$ **D.** $(3,4)$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Jeśli $A = \langle -6,\ 4\rangle$, $B = (0,\ 4)$, to różnica $A \setminus B$ jest zbiorem:

A. $\langle -6, 0)$ **B.** $(-6, 0)$ **C.** $\langle -6, 0\rangle \cup \{4\}$ **D.** $\langle -6, 0\ \ ) \cup \{4\}$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Liczby (-13) i (-5) są rozwiązaniami równania:

A. $|x+9| = 4$ **B.** $|x-9| = 4$ **C.** $|x-4| = 9$ **D.** $|x+4| = 9$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Wyrażenie $W = x^3 - 8$ jest równe:

A. $(x^2-4)(x+2)$ **B.** $(x-2)(x^2+2x+4)$ **C.** $(x^2-2)(x+4)$ **D.** $(x+2)(x^2-2x+4)$

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Jeśli funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{dla } x < -10 \\ 5 & \text{dla } -10 \leqslant x < -3 \\ -x^2+1 & \text{dla } x \geqslant -3 \end{cases}$, to:

A. $f(-3) = -3$ **B.** $f(-3) = 5$ **C.** $f(-3) = -8$ **D.** $f(-3) = 10$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Zbiór $(-\infty, -2\rangle \cup \langle 5, +\infty)$ jest rozwiązaniem nierówności:

A. $(x+2)(5-x) \geqslant 0$ **B.** $(x-2)(5+x) \geqslant 0$ **C.** $(x+2)(5-x) \leqslant 0$ **D.** $(x-2)(5+x) \leqslant 0$

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Rozwiązaniem nierówności $|x| \leqslant 0$ jest:

A. $x = 0$ **B.** $x = 1$ **C.** $x \in R$ **D.** $x \in \varnothing$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Funkcja $f(x) = 2x^2 + bx + 5$ maleje w przedziale $(-\infty, 3)$ i rośnie w przedziale $(3, +\infty)$. Wynika stąd, że:

A. $b = -6$ **B.** $b = 6$ **C.** $b = -12$ **D.** $b = 12$

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (2m+1)x - 9$ jest liczba (-3). Wynika stąd, że:

A. $m = 2$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = -3$ **D.** $m = 3$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{n+12}{n}$. Liczba całkowitych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 6 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg arytmetyczny o pierwszym wyrazie 5 i różnicy 3. Wyraz ogólny ciągu wyraża się wzorem:

A. $a_n = 5n + 3$ **B.** $a_n = 3n + 5$ **C.** $a_n = 3n + 2$ **D.** $a_n = 2n + 3$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Liczby $(x - 5, x, x + 6)$ tworzą ciąg geometryczny dla:

A. $x = -30$ **B.** $x = 30$ **C.** $x = 0$ **D.** $x = 5$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Jeśli α jest kątem ostrym i $\sin\alpha = 2\sqrt{3} - 3$, to $\cos\alpha$ jest równy:

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{21}$ **C.** $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$ **D.** $\sqrt{12\sqrt{3} - 20}$

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o kącie prostym przy wierzchołku C. Jeśli $|AC| = 12, |AB| = 13$, to tangens najmniejszego kąta w tym trójkącie jest równy:

A. $\frac{12}{13}$ **B.** $\frac{5}{13}$ **C.** $\frac{5}{12}$ **D.** $\frac{12}{5}$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Pole trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg o promieniu $R = 4\sqrt{3}$ jest równe:

A. $36\sqrt{3}$ **B.** $72\sqrt{3}$ **C.** $16\sqrt{3}$ **D.** $9\sqrt{3}$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Prosta l jest styczna do okręgu o środku O w punkcie A, AB jest cięciwą okręgu, $|\angle BOA| = 140^\circ$. Wówczas kąt ostry między cięciwą AB, a prostą l jest równy:

A. 20° **B.** 50° **C.** 70° **D.** 80°

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Jeśli promień podstawy stożka zwiększymy dwukrotnie, a wysokość zmniejszymy dwukrotnie, to objętość stożka:

A. nie zmieni się
B. zwiększy się dwukrotnie
C. zwiększy się czterokrotnie
D. zwiększy się ośmiokrotnie

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Średnia arytmetyczna danych z tabelki:

Wartość danej	-5	5	-8	8
Liczebność jest równa:	2	4	1	3

A. 0
B. $2{,}6$
C. 1
D. -3

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 22. do 31. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 22. (*2 pkt*)

Dany jest jeden koniec odcinka $A=(-4,-7)$ i jego środek $S=(5,-1)$. Wyznacz współrzędne drugiego końca tego odcinka.

Zadanie 23. (*2 pkt*)

Dane są punkty $A=(-2,-7)$, $B=(-1,-4)$, $C=(4,11)$. Wykaż, że punkty te są współliniowe.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

Dane są proste o równaniach $l\colon 4x+2y-5=0$, $k\colon mx+3y+1=0$. Wyznacz parametr m, tak aby te proste były prostopadłe.

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Rozwiąż nierówność $(2x-3)^2 < (3x+4)^2 - 5\left(x^2-4\right)$.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy (-3), dziesiąty wyraz jest równy 21. Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = 2^x - 3$ i podaj jej zbiór wartości.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Wykaż tożsamość $\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} + \mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$.

Zadanie 29. (*6 pkt*)

Bok rombu ma długość 13, suma długości przekątnych jest równa 34.

a) Wyznacz pole rombu.

b) Wyznacz sinus kąta ostrego rombu.

Zadanie 30. (*3 pkt*)

Marcin przeszedł z miejscowości A do odległej o 24 km miejscowości B. Gdyby zwiększył swoją prędkość o x kilometrów na godzinę, to szedłby 6 godzin, gdyby zaś zmniejszył swoją prędkość o x kilometrów na godzinę, to szedłby 8 godzin. Wyznacz rzeczywistą prędkość Marcina.

Zadanie 31. (*6 pkt*)

Przekątna prostopadłościanu ma długość 24 i tworzy z płaszczyzną jego podstawy kąt 60°. Jedna z krawędzi podstawy ma długość 8. Wyznacz objętość i pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.