

Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 9

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A.	$-3^2 = -9$
2.	C.	$\sqrt[4]{5^6}\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{4}}5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$
3.	A.	$\log_3(\log 30 - \log 3) = \log_3 \log \frac{30}{3} = \log_3 \log 10 = \log_3 1 = 0$
4.	B.	$ x-4 < 7 \Leftrightarrow x-4 < 7 \wedge x-4 > -7 \Leftrightarrow x < 11 \wedge x > -3 \Leftrightarrow x \in (-3, 11)$
5.	C.	$W(x) = x^2(x+5) - 3(x+5) = (x+5)(x^2 - 3) = (x+5)(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$
6.	C.	$W(-3) = -6 - (-3)^2 - (-3)^3 = -6 - 9 + 27 = 12$
7.	D.	$W = \frac{x \cdot x - (x+1)(x-1)}{x(x-1)} = \frac{1}{x(x-1)}$
8.	A.	$(\sqrt{2} + 4)^2 = 2\sqrt{2} + 24 + 48\sqrt{2} + 64 = 88 + 50\sqrt{2}$
9.	C.	$D: 20 - 4x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$, zatem największą liczbą całkowitą należącą do dziedziny funkcji jest liczba 5.
10.	A.	$y = (x+3)(x-5) \Rightarrow y = x^2 - 2x - 15$
11.	C.	$f(x+5) = 3(x+5) + 8 \Rightarrow f(x+5) = 3x + 23$, zatem wartość funkcji wzrasta o 15.
12.	B.	$a_1 = -11, r = 4 \Rightarrow a_{40} = -11 + 39 \cdot 4 = 145$
13.	B.	Ciąg z przykładu B jest ciągiem arytmetycznym o dodatniej różnicy.
14.	D.	$a_1 = -18, q = -\frac{1}{3} \Rightarrow a_n = -18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$
15.	C.	Dla każdego kąta ostrego α spełniony jest warunek $0 < \sin \alpha < 1$.
16.	C.	Druga przyprostokątna ma długość $2\sqrt{6} < 5$, zatem najmniejszy kąt leży naprzeciwko przyprostokątnej o długości $2\sqrt{6}$.
17.	D.	Przeciwprostokątna trójkąta ma długość $2r = 12$, więc przyprostokątne mają długości 6 i $6\sqrt{3}$.

18.	A.	$\frac{ BO }{20} = \frac{ BO - 6}{15} \Rightarrow BO = 24$
19.	C.	$a\sqrt{2} = 4 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \Rightarrow P = 8 - \frac{1}{4} \cdot 8\pi \Rightarrow P = 8 - 2\pi$
20.	B.	Każdy punkt dwusiecznej kąta jest równoodległy od ramion tego kąta.
21.	C.	Suma długości dwóch dowolnych boków trójkąta jest większa od długości trzeciego boku.
22.	B.	Okrąg o środku $S = (a, b)$ i promieniu r ma równanie $(x - a)^2 + (x - b)^2 = r^2$.
23.	B.	$a_l = \frac{3}{4}, a_k = -\frac{4}{3}$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
24.	Wyznaczenie potęg: $x = 5\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 9 + 27 - \frac{1}{3} - 9$.	1
	Obliczenie liczby x : $x = 20$.	1
25	Zapisanie przyprostokątnych trójkąta za pomocą jednej niewiadomej: $a, b = a\sqrt{3}$.	1
	Ułożenie i rozwiązanie równania: $\frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 2, b = 2\sqrt{3}$.	1
26.	Uzasadnienie, że liczba jest podzielna przez 3: suma liczb podzielnych przez 3 jest podzielna przez 3.	1
	Uzasadnienie, że liczba jest podzielna przez 2: suma parzystej liczby liczb nieparzystych jest liczbą parzystą.	1
27.	Zapisanie trójmianu w postaci kanonicznej: $f(x) = 2(x - 5)^2 - 10$.	1
	Obliczenie $f(15)$: $f(15) = 2 \cdot 10^2 - 10 \Rightarrow f(15) = 190$.	1

28.	Przekształcenie lewej strony wzoru przez wyciągnięcie przed nawias wspólnego czynnika w liczniku i mianowniku ułamka: $L = \frac{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}.$	1
	Wykorzystanie jedynki trygonometrycznej do wykazania tezy zadania: $L = \frac{\cos \alpha \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = P.$	1
29.	Wyznaczenie długości boków trójkąta: $ AB = \sqrt{45}, AC = \sqrt{90}, BC = \sqrt{45}.$	1
	Wykazanie tezy zadania: $ AB ^2 + BC ^2 = AC ^2.$	1
30.	Wprowadzenie oznaczeń: V, t – rzeczywista prędkość i czas turysty i zapisanie równia: $Vt = 24.$	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} Vt = 24 \\ (V + 1,2)(t - 1) = 24 \end{cases}.$	1
	Doprowadzenie układu do równania z jedną niewiadomą: $-V^2 - 1,2V + 28,8 = 0.$	1
	Rozwiązanie równania: $V_1 = 4,8, V_2 = -6.$	1
	Zapisanie odpowiedzi: $V = 4,8, t = 5.$	1
31.	Wprowadzenie oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami: $a, b = 2a$ – odpowiednio krawędź podstawy i krawędź boczna ostrosłupa, H, h – odpowiednio wysokość ostrosłupa i wysokość ściany bocznej ostrosłupa, α – kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.	1
	Wyznaczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa w zależności od a : $h = \frac{a}{2} \sqrt{15}.$	1
	Wyznaczenie cosinusa kąta α : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}.$	1

	Zapisanie równania wynikającego z treści zadania: $4 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2}\sqrt{15} = 36\sqrt{15}$.	1
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $a = 6, b = 12$.	1
32.	Zapisanie liczby kul w urnie: n – liczba kul białych, $2n$ – liczba kul zielonych, $3n$ – liczba kul czerwonych	1
	Wyznaczenie liczebności zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych: $\bar{\Omega} = 6n \cdot (6n - 1)$.	1
	Wyznaczenie liczebności zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu, że wylosowano dwie kule zielone: $\bar{A} = 2n \cdot (2n - 1)$ i wyznaczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{2n - 1}{3(6n - 1)}$.	1
	Zapisanie równania: $\frac{(2n - 1)}{3(6n - 1)} = \frac{5}{51}$.	1
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $n = 3$.	1