

Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 4

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	C.	$2^3 2^4 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{4}{6} + \frac{4}{6} - \frac{3}{6}} = 2^{\frac{25}{6}}$
2.	B.	$\frac{4+2}{250} 100\% = 2,4\%$
3.	B.	$\log 25^4 + \log 4^4 = 4 \log 25 + 4 \log 4 = 4(\log 25 + \log 4) = 4 \log 100 = 8$
4.	A.	Ze zbioru A wyrzucamy jedynie prawy koniec przedziału.
5.	B.	$ 2 - \sqrt{7} - 3 + \sqrt{7} = -2 + \sqrt{7} - 3 - \sqrt{7} = -5$
6.	A.	Skorzystaj z interpretacji geometrycznej wartości bezwzględnej.
7.	C.	$W(\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 - 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 3\sqrt{2} + 4$
8.	C.	Jedynie dla funkcji z tego przykładu: $f(-1) = 3$.
9.	A.	$x_1 = -6, x_2 = 11$, ramiona paraboli muszą być skierowane w dół.
10.	C.	$(x-1)^2 = x^2 - 2(x+1) + 3 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = x^2 - 2x - 2 + 3 \Rightarrow 0 = 0$, zatem równanie jest tożsamościowe.
11.	C.	$a_l = \frac{2}{3}, a_k = m + 1 \Rightarrow \frac{2}{3} = m + 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$
12.	D.	$m^2 - m = 0 \Rightarrow m(m-1) = 0 \Rightarrow m = 0 \vee m = 1$
13.	A.	Jedynie dla tego przykładu równanie $x^2 + x - 4 = -5$ nie ma rozwiązania (wyróżnik ujemny).
14.	B.	$W = (5, -17)$
15.	C.	$x_w = -5$ (średnia arytmetyczna pierwiastków).
16.	A.	$f(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$
17.	D.	Przeciwprostokątna $c = 3\sqrt{5} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{6}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{5}$.
18.	A.	$r = 5 - 12 = -7 \Rightarrow a_1 = 19 \wedge a_n = 19 + (n-1)(-7) = -7n + 26$

19.	D.	$a_3 = -5(-3)^3 = -5(-27) = 135$
20.	B.	<p>r, h, V – odpowiednio promień podstawy, wysokość i objętość stożka przed zmianami,</p> <p>r_1, h_1, V_1 – odpowiednio promień podstawy, wysokość i objętość stożka po zmianach,</p> <p>$r_1 = 1,2r, h_1 = 0,8h \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}(1,2r)^2 0,8h \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}1,152r^2h \Rightarrow$ $\Rightarrow V_1 = 1,152V,$</p> <p>zatem objętość stożka zwiększy się o 15,2% .</p>
21.	B.	$x_w = \frac{4 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 8 \cdot 3}{2 + 4 + 1 + 3} = 5,8$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
22.	Wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej prostopadłej: $a = \frac{1}{2}$.	1
	Wyznaczenie równania prostej prostopadłej: $y = \frac{1}{2}x - 4$.	1
23	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 4 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$.	1
	Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17} \end{cases}$.	1
24.	Zapisanie nierówności $3x^2 - 2x \geq 0$ i wyznaczenie pierwiastków: $x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3}$.	1
	Rozwiązanie nierówności i podanie odpowiedzi:	1

	$D = \left(-\infty, 0 \right) \cup \left(\frac{2}{3} + \infty \right).$	
25.	Zapisanie równania: $\frac{-2+2+4+6+8+x}{6} = 5.$	1
	Rozwiązanie równania: $x = 12.$	1
26.	Zapisanie liczby w postaci: $x = 2^{2^n} - 10 \cdot 2^n + 25.$	1
	Wykazanie tezy zadania: $x = (2^n - 5)^2.$	1
27.	Narysowanie fragmentu linii prostej.	1
	Narysowanie fragmentu paraboli.	1
28.	Zapisanie równania: $5x - (2x - 3) = x - 7 - 5x.$	1
	Rozwiązanie równania: $x = -\frac{10}{7}.$	1
29.	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x^2 - 6x + y^2 - 2y + 2 = 0 \\ x + 3y + 2 = 0 \end{cases}.$	1
	Rozwiązanie układu równań i zapisanie współrzędnych punktów $A, B : A = (1, -1), B = \left(\frac{17}{5}, -\frac{9}{5} \right).$	2 (po 1 punkcie)
	Wyznaczeni długości odcinka $AB : AB = \frac{4\sqrt{10}}{5}.$	1
30.	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych: $\bar{\Omega} = 2^8.$	1
	Wyznaczenie liczebności zdarzenia przeciwnego do zdarzenia: A – wypadł orzeł co najmniej raz: $\bar{A}' = 1.$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A' : P(A') = \frac{1}{2^8}.$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A : P(A) = \frac{255}{256}.$	1
	Wyznaczenie liczebności zdarzenia: B – wypadł orzeł dokładnie jeden raz: $\bar{B} = 8$ i obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $B : P(B) = \frac{1}{32}.$	1
31.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń:	1

<p>ABC, S, S' – odpowiednio podstawa, wierzchołek i spodek wysokości ostrosłupa,</p> <p>$a, 2a$ – odpowiednio krawędź podstawy i krawędź boczna ostrosłupa,</p> <p>$\angle SDS' = \alpha$ – kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.</p>	
Wyznaczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $ SD = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.	1
Wyznaczenie wysokości ostrosłupa: $ SS' = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.	1
Wyznaczenie sinusa kąta α : $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{55}}{15}$.	1
Zapisanie równania: $\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{11}$.	1
Rozwiązanie równania: $a = 2$.	1