Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 2

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania zadania**
1.	D.	$\frac{1}{3}\cdot 3^{150} = 3^{-1}\cdot 3^{150} = 3^{149}$
2.	D.	$\sqrt{5}$, ponieważ każda z pozostałych liczb ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe lub skończone.
3.	A.	$0{,}045x = 48{,}6 \Rightarrow x = \frac{48{,}6}{0{,}045} \Rightarrow x = 1080$
4.	B.	Przedział domknięty obustronnie, gdyż liczba 0 nie należy do przedziału $(0,\ 20)$.
5.	C.	Nie mniejsza oznacza większa lub równa.
6.	B.	Jedynie w wyrażeniu B dla $x = 3$ otrzymujemy 0 w mianowniku.
7.	B.	$x^3 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 9) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x^2 = -9$. Drugie z równań jest sprzeczne.
8.	D.	Odwrotność liczby a to $\frac{1}{a}$, zatem liczbą przeciwną do podwojonej odwrotności liczby a jest liczba $-\frac{2}{a}$.
9.	D.	$5(4-x)-2x(x-4) = 5(4-x)+2x(4-x) = (4-x)(5+2x)$
10.	C.	$A:\Delta = -36,\quad B:\Delta = 36,\quad C:\Delta = 0,\quad D:\Delta = 81$
11.	D.	$x^2 < x \Rightarrow x^2 - x < 0 \Rightarrow x(x-1) < 0 \Rightarrow x \in (0,1)$
12.	C.	$f(2) = \frac{1}{2}$
13.	D.	$\begin{cases} y = -2x+4 \\ y = -x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -8 \end{cases}$, zatem punkt należy do czwartej ćwiartki układu współrzędnych.
14.	D.	$2\cdot 3^{n-1} = 9 \Rightarrow 3^{n-1} = \frac{9}{2}$ – równanie sprzeczne w zbiorze liczb naturalnych dodatnich.

15.	A.	$r=\left(2\sqrt{7}-1\right)-\left(\sqrt{7}-5\right)\Rightarrow r=\sqrt{7}+4$
16.	B.	Parabola musi mieć ramiona skierowane do dołu i $x_W=-3$.
17.	C.	Wykres funkcji $y=2^x$ został przesunięty o 3 jednostki w górę.
18.	A.	$\lvert\angle BAO\rvert=20^\circ\Rightarrow\lvert\angle AOB\rvert=140^\circ\Rightarrow\lvert ACB\rvert=70^\circ$, gdyż kąty AOB i ACB są kątami opartymi na tym samym łuku, zaś pierwszy z nich jest środkowy, a drugi wpisany w okrąg.
19.	A.	$\lvert\angle ABC\rvert=\frac{180^\circ-80^\circ}{2}=50^\circ\Rightarrow\lvert\angle DAB\rvert=25^\circ\Rightarrow\lvert\angle ADB\rvert=180^\circ-75^\circ$ $\Rightarrow\lvert\angle ADB\rvert=105^\circ$
20.	D.	$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{3}{7}\right)^2\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{40}{49}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
21.	A.	$\frac{a\sqrt{3}}{2}+2=a\Rightarrow a\left(2-\sqrt{3}\right)=4\Rightarrow a=\frac{4}{2-\sqrt{3}}\Rightarrow a=4\left(2+\sqrt{3}\right)$
22.	D.	$l:-5y=-4x-6\Rightarrow y=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5}\Rightarrow a_l=\frac{4}{5}$, zatem prosta prostopadła ma współczynnik kierunkowy $\left(-\frac{5}{4}\right)$.
23.	A.	$\left(\frac{9-3}{2},\frac{3-5}{2}\right)=\left(3,-1\right)$
24.	C.	Okrąg o środku $S=\left(a,b\right)$ i promieniu r ma równanie $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=r^2$.
25.	C.	$r=6,\ h=8\Rightarrow \mathrm{tg}\alpha=\frac{6}{8}$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Podstawienie argumentu do wzoru funkcji: $f(3\sqrt{2}-2)=-\left(3\sqrt{2}-2\right)^2-4\left(3\sqrt{2}-2\right)+1$ i zastosowanie wzoru	1

	skróconego mnożenia: $f(3\sqrt{2}-2)=-\left(18-12\sqrt{2}+4\right)-4\left(3\sqrt{2}-2\right)+1$.	
	Opuszczenie nawiasów i zredukowanie wyrazów podobnych: $f(3\sqrt{2}-2)=-13$.	1
27.	Zapisanie proporcji: $\frac{5}{4}=\frac{12}{4+\lvert AB\rvert}$.	1
	Wyznaczenie długości $\lvert AB\rvert$: $\lvert AB\rvert=\frac{28}{5}$.	1
28.	Wprowadzenie oznaczeń: $a,\ 4a$ – przyprostokątne, $x,\ y$ – odpowiednie odcinki, na jakie wysokość trójkąta dzieli przeciwprostokątną, oraz zapisanie proporcji: $\begin{cases}\frac{x}{a}=\frac{a}{x+y}\\ \frac{y}{4a}=\frac{4a}{x+y}\end{cases}$.	1
	Przekształcenie układu do postaci wykazującej tezę zadania: $y=16x$.	1
29.	Zapisanie równania w postaci: $(x^2+1)(x+3)=0$.	1
	Rozwiązanie równania: $x=-3$ (równanie $x^2+1=0$ jest sprzeczne).	1
30.	Wyznaczenie wyróżnika i stwierdzenie, że trójmian kwadratowy nie ma pierwiastków.	1
	Rozwiązanie nierówności: $x\in R$.	1
31.	Zapisanie zależności między prędkością x i czasem y: $xy=120$.	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases}xy=120\\ (x+5)(y-2)=120\end{cases}$.	1
	Zapisanie równania z jedną niewiadomą x lub y: $(x+5)\left(\frac{120}{x}-2\right)=120$.	1
	Wyznaczenie niewiadomych: $x=15,\ y=8$ i zapisanie odpowiedzi: Marcin jechał 8 godzin z prędkością 15 km/godz.	1
32.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych	1

	oznaczeń: a, h – odpowiednio krawędź podstawy i wysokość ostrosłupa, 60° – kąt między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa, ABC, S, S' – odpowiednio podstawa, wierzchołek i spodek wysokości ostrosłupa, $d(S', AS) = 4$.	
	Wyznaczenie długości odcinka AS' : $\lvert AS' \rvert = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.	1
	Wyznaczenie krawędzi podstawy: $a = 8$.	1
	Wyznaczenie wysokości ostrosłupa: $h = 8$.	1
	Wyznaczenie objętości ostrosłupa: $V = \frac{128\sqrt{3}}{3}$.	1
33.	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych: $\overline{\overline{\Omega}} = 36$.	1
	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $\overline{\overline{A}} = 9$.	1
	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu B : $\overline{\overline{B}} = 15$.	1
	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu $A \cap B$: $\overline{\overline{A \cap B}} = 3$.	1
	Wyznaczenie prawdopodobieństw: $P(A) = \frac{9}{36}, P(B) = \frac{15}{36}, P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.	1
	Wykorzystanie twierdzenia o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń do obliczenia $P(A \cup B)$: $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$.	1